



## Resumen: Definición y propiedades de los logaritmos.

- **Definición de logaritmo:** aunque existen varias maneras de definir el concepto de logaritmo, quizá una manera sencilla sea entender estos tres puntos:
  - Un logaritmo es el **exponente (letra C)** al que hay que elevar una cantidad positiva, llamada base (**letra a**), para obtener como resultado un cierto número positivo llamado argumento (**letra B**). La base debe cumplir  $a > 0$  y  $a \neq 1$  y el argumento debe ser positivo,  $B > 0$ .
  - Es la **función inversa de la función exponencial** de la misma base. Por ello, muchas veces sirve para despejar una incógnita que está en un exponente.
  - Matemáticamente suele expresarse así:  $\log_a B = C \Rightarrow a^C = B$
  - Ejemplo 1:  $\log_2 8 = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$  : El logaritmo en base 2 de 8 es 3, porque 3 es el exponente al que hay que elevar 2 para obtener 8.
  - Ejemplo 2:  $\log 100 = 2 \Rightarrow 10^2 = 100$  : El logaritmo en base 10 de 100 es 2, porque 2 es el exponente al que hay que elevar 10 para obtener 100.
- Los logaritmos en base 10 se escriben simplemente **log**, sin indicar la base. Los logaritmos en base **e** (2,71...) se llaman logaritmos neperianos y se escriben **ln**. Ambos son muy utilizados.
- Resulta adecuado considerar una breve aplicación de la definición: Si se tiene  $3^x = 729$ , y se quiere **calcular la "x"**, **aplicando la definición se aprecia que**  $x = \log_3 729$ . Con una calculadora científica se puede obtener rápidamente el valor del logaritmo, que resulta ser  $x = 6$ . Por lo tanto, 3 elevado a 6 es 729, lo cual no era sencillo de deducir o calcular mentalmente sin utilizar el concepto de logaritmo.





| Propiedad                                                                                             | Expresión                                                                               | Ejemplos                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Suma</b> de logaritmos de la misma base $\Leftrightarrow$ <b>Producto</b>                          | $\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$                                              | $\log x + \log 2 = \log(2x)$<br>$\ln 6 = \ln(3 \cdot 2) = \ln 2 + \ln 3$             |
| <b>Resta</b> de logaritmos de la misma base $\Leftrightarrow$ <b>Cociente</b>                         | $\log_a x - \log_a y = \log_a \left(\frac{x}{y}\right)$                                 | $\log_2(9x^2) - \log_2(3x) = \log_2 \left(\frac{9x^2}{3x}\right) = \log_2(3x)$       |
| Logaritmo de una <b>potencia</b>                                                                      | $\log_a x^n = n \cdot \log_a x$                                                         | $\log_5 7^3 = 3 \cdot \log_5 7$                                                      |
| Logaritmo de un <b>radical</b><br>Es un caso similar al anterior, (se puede comprobar en el ejemplo). | $\log_a \sqrt[n]{x^m} = \log \left(x^{\frac{m}{n}}\right) = \frac{m}{n} \cdot \log_a x$ | $\log \sqrt[3]{5^2} = \log 5^{2/3} = \frac{2}{3} \cdot \log 5$                       |
| <b>Logaritmos notables</b>                                                                            | $\log_a a = 1$<br>$\log_a 1 = 0$                                                        | $\log_2 2 = 1 = \log 10 = \ln e$<br>$\log_3 1 = 0 = \log 1 = \ln 1$                  |
| Logaritmos <b>no</b> definidos en $\mathbb{R}$                                                        | $\log_a x = \nexists$ si $x \leq 0$                                                     | $\log_2 0 = \nexists$ $\log(-4) = \nexists$                                          |
| <b>Logaritmo</b> de una <b>potencia</b> de la <b>misma base</b>                                       | $\log_a a^x = x$                                                                        | $\log_2 2^6 = 6$ $8 = \log 10^8$                                                     |
| <b>Cambio de base</b> de un logaritmo                                                                 | $\log_a x = \frac{\log_y x}{\log_y a}$                                                  | $\log_3 7 = \frac{\log_4 7}{\log_4 3} = \frac{\log 7}{\log 3} = \frac{\ln 7}{\ln 3}$ |

