



Problemas de Gravitación (órbitas)- Cursillo PAU

► Problema 1: (órbita circular y densidad).

Una nave espacial ha quedado atrapada en una órbita circular en torno a un planeta esférico desconocido. Los sistemas de navegación de la nave indican que su velocidad orbital es de 25.000 km h^{-1} y que tarda 5 horas en dar una vuelta completa alrededor del planeta.

- Determine el radio de la órbita circular de la nave y la masa del planeta.
- Si la densidad del planeta es de 16150 kg m^{-3} , calcule el radio del planeta y el valor de la aceleración de la gravedad en su superficie.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

► Problema 2: (Puesta en órbita y escapar de una órbita y cambio de órbita).

Un satélite de 400 kg de masa órbita alrededor de la Tierra describiendo una órbita circular a una altura de 15.000 km . Calcule:

- La energía que hay que suministrarle para que pase a una nueva órbita del doble de altitud sobre la superficie de la Tierra.
- La energía mínima que hay que suministrarle para que escape de la atracción gravitatoria terrestre desde su órbita actual.
- La energía que hubo que transmitirle para ponerlo en órbita desde la superficie de la Tierra y su periodo.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa de la Tierra, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; Radio de la Tierra, $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

► Problema 3: (velocidad de escape y relacionar)

Marte posee la décima parte de la masa de la Tierra y la mitad de su diámetro.

- Defina el concepto de velocidad de escape y encuentre la relación entre las velocidades de escape de Marte y de la Tierra desde sus respectivas superficies.
- Suponga que un objeto se lanza verticalmente desde la superficie terrestre, con una velocidad igual a la velocidad de escape de Marte. Si se desprecia el rozamiento, ¿qué altura máxima alcanzaría el objeto?

Dato: Radio de la Tierra, $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.





► **Problema 4:** (órbita elíptica)

La distancia de la Tierra al Sol varía a lo largo de su órbita entre $1,52 \cdot 10^{11}$ m en su punto más alejado (afelio) y $1,47 \cdot 10^{11}$ m en el punto más próximo (perihelio).

a) Calcule el trabajo realizado por el campo gravitatorio del Sol sobre la Tierra en el tránsito del afelio al perihelio.

b) Si la energía mecánica de la Tierra en su órbita vale $-2,65 \cdot 10^{33}$ J, ¿cuál es la velocidad máxima que alcanza la Tierra en ella?

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻²; Masa de la Tierra, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg; Masa del Sol, $M_S = 1,99 \cdot 10^{30}$ kg.

► **Problema 5:**

Un satélite de masa 300 kg describe una órbita elíptica alrededor de la Tierra. En el punto más cercano de su trayectoria el satélite dista 7000 km de la superficie de la Tierra y lleva una velocidad de 6000 m s⁻¹, con lo que el satélite tiene un periodo de 6,08 horas, calcule:

- a) La energía del satélite y su momento angular.
- b) La máxima distancia entre el satélite y la Tierra y su velocidad en dicho punto.
- c) El trabajo que realiza la fuerza gravitatoria cuando el satélite pasa del apogeo al perigeo.

Datos: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻²; Masa de la Tierra, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg; Radio de la Tierra, $R_T = 6,37 \cdot 10^6$ m.

► **Problema 6:**

Un satélite de comunicaciones orbita alrededor de la Tierra en una trayectoria elíptica cuyo apogeo se encuentra a 39700 km de altitud sobre la superficie de la Tierra. Si el satélite da una vuelta completa cada 12 h, determine:

- a) La altura sobre la superficie terrestre a la que se encontrará el satélite en el perigeo de su trayectoria y la relación entre sus velocidades en el perigeo y en el apogeo (v_p/v_a).
- b) La velocidad del satélite en el perigeo y la velocidad hasta la que habría que reducir al satélite para que pasase de una órbita elíptica a una órbita circular de radio igual a la distancia al perigeo.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻²; Masa de la Tierra, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg; Radio de la Tierra, $R_T = 6,37 \cdot 10^6$ m.

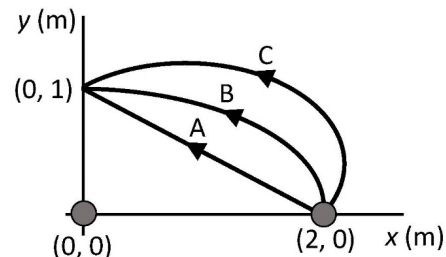




Problemas de Gravitación (campo)- Cursillo PAU

Problema 7: (concepto de trabajo y fuerza con superposición)

Dos masas $m_1 = 10$ kg y $m_2 = 15$ kg se encuentran situadas en los puntos $(0, 0)$ m y $(2, 0)$ m respectivamente, del plano xy .



a) Calcule la fuerza gravitatoria debida a las masas m_1 y m_2 que experimentará una masa de 5 kg situada en el punto $(2, 1)$ m.

b) Halle el trabajo que realiza el campo gravitatorio creado por la masa m_1 cuando la masa m_2 se desplaza del punto $(2, 0)$ m al punto $(0, 1)$ m a través de los tres caminos representados en la figura, asumiendo que la masa de 5 kg del apartado anterior no está presente.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

Un satélite de 400 kg de masa órbita alrededor de la Tierra describiendo una órbita circular a una altura de 15000 km. Calcule:

Problema 8: (concepto de campo y trabajo y energía)

Una partícula de masa 20 kg permanece fija en el origen de coordenadas.

a) Calcule el campo gravitatorio generado por la masa en el punto $(8, 6)$ m y la fuerza que experimentará una segunda partícula de masa 3 kg situada en dicho punto.

b) Con el objetivo de alejar la segunda partícula, se le transmite una velocidad de $1,2 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$ en la dirección de la recta que une ambas partículas. Halle el punto más alejado del origen que alcanzará dicha partícula.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

Problema 9: (concepto de campo y potencial sin superposición)

Una masa puntual de 50 g se encuentra situada en la posición $(8, 0)$ m del plano xy . Calcule:

a) El potencial gravitatorio y el campo gravitatorio en el punto $(0, 6)$ m del plano debido a dicha masa.

b) El trabajo realizado por el campo al trasladar un objeto puntual de 20 g desde el punto $(0, 6)$ m hasta el origen de coordenadas.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.





► **Problema 10:** (concepto de campo y trabajo; punto de equilibrio)

Una masa puntual $m_1 = 5 \text{ kg}$ está situada en el punto $(4, 3) \text{ m}$.

a) Determine la intensidad del campo gravitatorio creado por la masa m_1 en el origen de coordenadas y el trabajo realizado al trasladar otra masa $m_2 = 0,5 \text{ kg}$ desde el infinito hasta el origen de coordenadas.

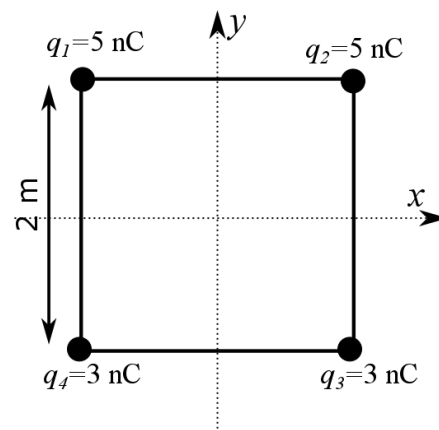
b) Situadas las masas m_1 y m_2 en las posiciones anteriores, ¿a qué distancia del origen de coordenadas, el campo gravitatorio resultante es nulo?

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

Problemas de Campo eléctrico - Cursillo PAU

► **Problema 11:** (concepto de campo y potencial con superposición)

En los vértices de un cuadrado de lado 2 m y centrado en el origen de coordenadas se sitúan cuatro cargas eléctricas, tal y como se muestra en la figura.



a) Obtenga el campo eléctrico creado por las cargas en el centro del cuadrado.

b) Si desde el centro del cuadrado se lanza un electrón con una velocidad $\vec{v} = 3 \cdot 10^4 \vec{j} \text{ ms}^{-1}$, calcule el módulo de la velocidad que llevará el electrón en el instante en el que salga del cuadrado por el punto medio del lado superior.

Datos: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Masa del electrón, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

► **Problema 12:** (concepto de campo y trabajo con superposición)

Dos partículas iguales de carga $Q = -3 \text{ nC}$ se encuentran fijas en los puntos $(0, 3)$ y $(0, -3) \text{ m}$ del plano xy .

a) Determine el campo eléctrico creado por ambas cargas en el punto $(4, 0) \text{ m}$.

b) Si se deja una partícula en reposo de carga $q = 2 \text{ nC}$ y masa $m = 10 \text{ g}$ en el punto $(4, 0)$, ¿cuál será su velocidad cuando pase por el origen de coordenadas?





Dato: Constante de la Ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

► **Problema 13:** (Teorema de Gauss: esfera).

Una carga puntual de $2 \mu\text{C}$ se encuentra situada en el origen de coordenadas.

a) Aplicando el teorema de Gauss, obtenga el flujo del campo eléctrico a través de una superficie esférica de 10 mm de diámetro centrada en el origen.

b) Utilizando el valor del flujo obtenido en el apartado anterior, calcule el módulo del campo eléctrico en puntos situados a 5 mm de la carga.

Dato: Permitividad eléctrica del vacío, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$.

Problemas de Campo magnético - Cursillo PAU

► **Problema 14:** (Campo magnético, hilos, sencillo).

Dos hilos conductores rectilíneos A y B paralelos al eje x, que pasan por los puntos (0, -4, 0) m y (0, 4, 0) m, transportan intensidades de corriente de 2 A y 5 A, respectivamente, a lo largo del sentido positivo del eje x.

a) Calcule el vector campo magnético que produce el conductor A en la posición del conductor B.

b) Obtenga la fuerza por unidad de longitud que ejerce el conductor A sobre el conductor B, indicando su dirección y sentido.

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$.

► **Problema 15:** (Campo magnético, hilos y partícula).

Por un hilo rectilíneo infinito situado sobre el eje x circula una corriente de 3 A según el sentido positivo de dicho eje. Una segunda corriente paralela a la primera, y del mismo sentido, pasa por el punto (0, -2, 0) m.

a) Obtenga el valor de la intensidad de la segunda corriente sabiendo que el campo magnético generado por ambas es nulo en el punto (0, -0,5, 0) m.

b) Calcule la fuerza que experimentará un electrón cuando pase por el punto (0, 2, 0) m con una velocidad $\vec{v} = 5 \cdot 10^6 \vec{i} \text{ ms}^{-1}$. ¿Qué velocidad, no nula, debería llevar el electrón para que la fuerza que experimentase al pasar por ese mismo punto fuese nula?





Datos: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

► **Problema 16:** (Campo magnético, hilos, complejo).

Dos corrientes eléctricas rectilíneas indefinidas, I_1 e I_2 , dirigidas según el eje z cortan el plano xy por los puntos $(0, 0) \text{ m}$ y $(8, 0) \text{ m}$, respectivamente. La corriente I_1 lleva sentido negativo y tiene un valor de 3 A , mientras que la corriente I_2 lleva sentido positivo y tiene un valor de 5 A . Calcule:

- a) El campo magnético en el punto $(0, 6) \text{ m}$.
- b) La fuerza magnética que experimentará un electrón que pase por el punto $(0, 6) \text{ m}$ con una velocidad $\vec{v} = 3 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ ms}^{-1}$.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$.

► **Problema 17:** (Campo magnético, típico de partícula).

Un positrón, partícula idéntica al electrón pero con carga positiva, es acelerado mediante una diferencia de potencial ΔV para posteriormente introducirse en una región del espacio en la que hay un campo magnético $B = 5 \mu\text{T}$ perpendicular a la velocidad del positrón.

Sabiendo que el radio de la órbita circular que describe el positrón es 50 cm , obtenga:

- a) El valor de la diferencia de potencial ΔV utilizada para acelerar el positrón.
- b) El valor de la frecuencia angular de giro del positrón en dicha órbita.

Datos: Valor absoluto de la carga del positrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Masa del positrón, $m_p = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

Problemas de Inducción - Cursillo PAU

(verse primero los tres casos habituales, en apuntes)





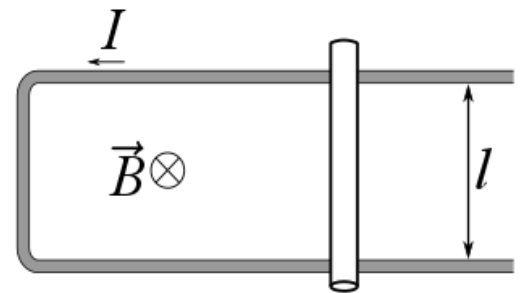
► **Problema 18:** (Inducción sencillo: primero cambia campo y luego gira).

Una espira circular de radio 6 cm, inicialmente situada en el plano xy, está inmersa en el seno de un campo magnético homogéneo dirigido hacia el sentido positivo del eje z. Calcule, para el instante $t = 7$ ms, el flujo del campo magnético en la espira y la fuerza electromotriz inducida en los siguientes casos:

- El módulo del campo magnético varía de la forma $B = 3t^2$ (B expresado en teslas y t en segundos).
- El módulo del campo magnético es constante e igual a $B = 8$ mT, y la espira gira con una velocidad angular de 60 rad s^{-1} , alrededor del eje y.

► **Problema 19:** (Inducción: cambia la superficie, pero preguntan al revés).

En una región del espacio existe un campo magnético uniforme de valor 0,5 T que penetra perpendicularmente al plano del papel. En dicha región se sitúa un alambre conductor con forma de U, que tiene una resistencia despreciable, cerrado por una varilla de longitud $l = 20$ cm y resistencia 2Ω , tal como se muestra en la figura. Calcule:



- La velocidad, en módulo, dirección y sentido, con la que debemos mover dicha varilla para que se genere una corriente de 1 A en sentido antihorario.
- La fuerza que es necesario ejercer sobre la varilla para que su velocidad sea constante.

► **Problema 20:** (Inducción: varía el campo, pero es enrevesado).

Un campo magnético variable en el tiempo de módulo $B = 2\cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right) T$, forma un ángulo de 30° con la normal al plano de una bobina formada por 10 espiras de radio $r=5$ cm. La resistencia total de la bobina es $R=100 \Omega$. Determine:

- El flujo del campo magnético a través de la bobina en función del tiempo.
- La fuerza electromotriz y la intensidad de corriente inducidas en la bobina en el instante $t=2$ s.



