



## Problemas en los que se requiere usar logaritmos.

### ► Ejemplo resuelto:

Juan tiene pensado invertir 25.000 € en un fondo de inversiones que le ofrece un 4,75% anual de interés compuesto. ¿Cuántos años tiene que esperar Juan para obtener un capital final de 50.000€, es decir, para duplicar el capital que ha invertido?

### Solución:

La fórmula del interés compuesto es la siguiente:

$$C_T = C_I \cdot (1 + r)^t$$

$C_T$  = Capital final (total).

$C_I$  = Capital inicial.

$r$  = tasa de interés (en este caso anual). Debe ponerse en porcentaje.

$t$  = periodos de tiempo (en este caso años).

Teniendo en cuenta los datos del enunciado queda lo siguiente:

$$C_T = C_I \cdot (1 + r)^t \Rightarrow 50.000 = 25000 \cdot \left(1 + \frac{4,75}{100}\right)^t \Rightarrow \frac{50.000}{25000} = (1 + 0,0475)^t \Rightarrow 2 = (1,0475)^t$$

Para despejar el número de años ( $t$ ) se toman logaritmos a ambos lados de la ecuación y se resuelve:





$$\log 2 = \log(1,0475)^t \Rightarrow \log 2 = t \cdot \log(1,0475) \Rightarrow t = \frac{\log 2}{\log(1,0475)} \Rightarrow t = 14,93 \text{ años.}$$

Por lo tanto, Juan conseguirá obtener un capital de 50.000€ al superar los 14,93 años, es decir a los 15 años.

- El pH de una sustancia es un concepto químico que indica el grado de acidez de las sustancias. A su vez, el grado de acidez está directamente relacionado con la concentración de iones hidrógeno  $[H^+]$ .

El pH viene dado por la siguiente fórmula: **pH = -log  $[H^+]$** . Se puede apreciar que a mayor concentración de iones hidrógeno (mayor acidez), el término de pH será menor por el signo negativo de la fórmula. Por lo tanto, cuando el pH es próximo a 1 la sustancia es muy ácida, y cuando el pH es alto, la sustancia es poco ácida. Se considera pH neutro pH=7.

Calcula la concentración de iones hidrógeno presentes en los siguientes alimentos, cuyo pH es conocido:

Yogurt: pH= 4,6

Leche: pH= 6,7

Vino blanco: pH= 3,3

**Solución:** Yogurt:  $[H^+]=2,51 \cdot 10^{-5}$ ; Leche:  $[H^+]=1,99 \cdot 10^{-7}$ ; Vino:  $[H^+]=5,01 \cdot 10^{-4}$

- En microbiología es muy importante el concepto de “Unidad formadora de colonias” (UFC). A grandes rasgos, es una unidad de medida que se emplea para la cuantificación de microorganismos, es decir, para contabilizar el número de bacterias o células fúngicas viables en una muestra líquida o sólida.





Sabiendo que las bacterias se multiplican por bipartición (una se divide en dos), y que, en cierta muestra de bacterias que se está investigando, con las condiciones adecuadas, dichas bacterias pueden multiplicarse en una hora, determina:

- a) La expresión algebraica que indica el número de bacterias que tiene el cultivo en función del tiempo.
- b) El tiempo que tardará una bacteria (UFC) en formar una colonia de un millón de bacterias.
- c) Cómo harías para calcular el tiempo que tarda otra bacteria diferente en llegar a formar una colonia de 1 millón de bacterias si en este caso el tiempo que tarda en reproducirse fuera de 30 min. *Sugerencia: piensa en el tiempo como períodos de tiempo.*

**Solución:** a)  $P=1 \cdot 2^t$ ; b) 19,93 horas, aproximadamente 20 horas; c) 9,9 horas, aproximadamente 10 horas.

- El nivel de intensidad sonora ( $\beta$ ) se mide en decibelios (dB). Es una escala logarítmica que viene determinada por la siguiente fórmula:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{10^{-12}}$$

donde I es la intensidad sonora medida en vatios por metro cuadrado. I ( $\text{W}/\text{m}^2$ ).

Se conoce como umbral del dolor auditivo un nivel de intensidad sonora de 120 dB. Determina:

- a) Con que intensidad en  $\text{W}/\text{m}^2$  se corresponde un nivel de intensidad sonora de 120 dB.





b) El aumento de nivel de intensidad sonora  $\beta$  (dB) que supone pasar de una  $I_1=0,01 \text{ W/m}^2$  a otra cincuenta veces mayor  $I_2=0,5 \text{ W/m}^2$ .

**Solución:** a)  $1 \text{ W/m}^2$ ; b) Supone un aumento de 16,98 dB, 17 dB aproximadamente.

► Cierta especie vegetal arbórea crece un 30% en masa cada año, durante los primeros 10 años. Si se plantó con un año y tenía una masa de 3,5 kg en ese momento, determina:

a) La edad que tiene el árbol cuando pesa 13 kg.

b) La masa que alcanza a los diez años, cuando alcanza un porte adulto y ralentiza su crecimiento.

**Solución:** a)  $M = 3,5 \cdot (1+0,3)^t$ ; b) 5 años; c) 48,25 kg.

► La población actual de Barcelona es de 1.660.000 habitantes.

a) Suponiendo que la población aumenta un 10% cada año, determina la expresión algebraica que indica la población anual en función del tiempo. ¿Cuántos años han de pasar en este supuesto para alcanzar una población de 3.000.000 habitantes?

b) A diferencia del caso anterior, ¿Cómo sería la expresión algebraica si la población disminuyese un 20% anual? ¿Cuántos años deberían pasar en este caso para que la población se diezme, es decir, que se reduzca a un 10%?

**Solución:** a)  $P_F = P_I \cdot (1+0,1)^t$  y 6,2 años; b)  $P_F = P_I \cdot (1-0,2)^t$  y 10,31 años.

