



Problemas en los que se requiere usar logaritmos.

● Ejemplo resuelto:

Juan tiene pensado invertir 25.000 € en un fondo de inversiones que le ofrece un 4,75% anual de interés compuesto. ¿Cuántos años tiene que esperar Juan para obtener un capital final de 50.000€, es decir, para duplicar el capital que ha invertido?

Solución:

La fórmula del interés compuesto es la siguiente:

$$C_T = C_I \cdot (1 + r)^t$$

C_T = Capital final (total).

C_I = Capital inicial.

r = tasa de interés (en este caso anual). Debe ponerse en porcentaje.

t = periodos de tiempo (en este caso años).

Teniendo en cuenta los datos del enunciado queda lo siguiente:

$$C_T = C_I \cdot (1 + r)^t \Rightarrow 50.000 = 25000 \cdot \left(1 + \frac{4,75}{100}\right)^t \Rightarrow \frac{50.000}{25000} = (1 + 0,0475)^t \Rightarrow 2 = (1,0475)^t$$

Para despejar el número de años (t) se toman logaritmos a ambos lados de la ecuación y se resuelve:





$$\log 2 = \log(1,0475)^t \Rightarrow \log 2 = t \cdot \log(1,0475) \Rightarrow t = \frac{\log 2}{\log(1,0475)} \Rightarrow t = 14,93 \text{ años.}$$

Por lo tanto, Juan conseguirá obtener un capital de 50.000€ al superar los 14,93 años, es decir a los 15 años.

- El pH de una sustancia es un concepto químico que indica el grado de acidez de las sustancias. A su vez, el grado de acidez está directamente relacionado con la concentración de iones hidrógeno $[H^+]$.

El pH viene dado por la siguiente fórmula: **pH = -log $[H^+]$** . Se puede apreciar que a mayor concentración de iones hidrógeno (mayor acidez), el término de pH será menor por el signo negativo de la fórmula. Por lo tanto, cuando el pH es próximo a 1 la sustancia es muy ácida, y cuando el pH es alto, la sustancia es poco ácida. Se considera pH neutro pH=7.

Calcula la concentración de iones hidrógeno presentes en los siguientes alimentos, cuyo pH es conocido:

Yogurt: pH= 4,6

Leche: pH= 6,7

Vino blanco: pH= 3,3

Solución: Yogurt: $[H^+]=2,51 \cdot 10^{-5}$; Leche: $[H^+]=1,99 \cdot 10^{-7}$; Vino: $[H^+]=5,01 \cdot 10^{-4}$

- En microbiología es muy importante el concepto de “Unidad formadora de colonias” (UFC). A grandes rasgos, es una unidad de medida que se emplea para la cuantificación de microorganismos, es decir, para contabilizar el número de bacterias o células fúngicas viables en una muestra líquida o sólida.





Sabiendo que las bacterias se multiplican por bipartición (una se divide en dos), y que, en cierta muestra de bacterias que se está investigando, con las condiciones adecuadas, dichas bacterias pueden multiplicarse en una hora, determina:

- La expresión algebraica que indica el número de bacterias que tiene el cultivo en función del tiempo.
- El tiempo que tardará una bacteria (UFC) en formar una colonia de un millón de bacterias.
- Cómo harías para calcular el tiempo que tarda otra bacteria diferente en llegar a formar una colonia de 1 millón de bacterias si en este caso el tiempo que tarda en reproducirse fuera de 30 min. *Sugerencia: piensa en el tiempo como períodos de tiempo.*

Solución: a) $P=1 \cdot 2^t$; b) 19,93 horas, aproximadamente 20 horas; c) 9,9 horas, aproximadamente 10 horas.

- 💡 El nivel de intensidad sonora (β) se mide en decibelios (dB). Es una escala logarítmica que viene determinada por la siguiente fórmula:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{10^{-12}}$$

donde I es la intensidad sonora medida en vatios por metro cuadrado. I (W/m^2).

Se conoce como umbral del dolor auditivo un nivel de intensidad sonora de 120 dB. Determina:

- Con que intensidad en W/m^2 se corresponde un nivel de intensidad sonora de 120 dB.





- b) El aumento de nivel de intensidad sonora β (dB) que supone pasar de una $I_1=0,01 \text{ W/m}^2$ a otra cincuenta veces mayor $I_2=0,5 \text{ W/m}^2$.

Solución: a) 1 W/m^2 ; b) Supone un aumento de $16,98 \text{ dB}$, 17 dB aproximadamente.

- Cierta especie vegetal arbórea crece un 30% en masa cada año, durante los primeros 10 años. Si se plantó con un año y tenía una masa de 3,5 kg en ese momento, determina:

- La edad que tiene el árbol cuando pesa 13 kg.
- La masa que alcanza a los diez años, cuando alcanza un porte adulto y ralentiza su crecimiento.

Solución: a) $M = 3,5 \cdot (1+0,3)^t$; b) 5 años; c) 48,25 kg.

- La población actual de Barcelona es de 1.660.000 habitantes.

- Suponiendo que la población aumenta un 10% cada año, determina la expresión algebraica que indica la población anual en función del tiempo. ¿Cuántos años han de pasar en este supuesto para alcanzar una población de 3.000.000 habitantes?
- A diferencia del caso anterior, ¿Cómo sería la expresión algebraica si la población disminuyese un 20% anual? ¿Cuántos años deberían pasar en este caso para que la población se diezme, es decir, que se reduzca a un 10%?

Solución: a) $P_F = P_I \cdot (1+0,1)^t$ y 6,2 años; b) $P_F = P_I \cdot (1-0,2)^t$ y 10,31 años.

