ONDAS – FÍSICA 2ºBACH

Teoría: **Define**

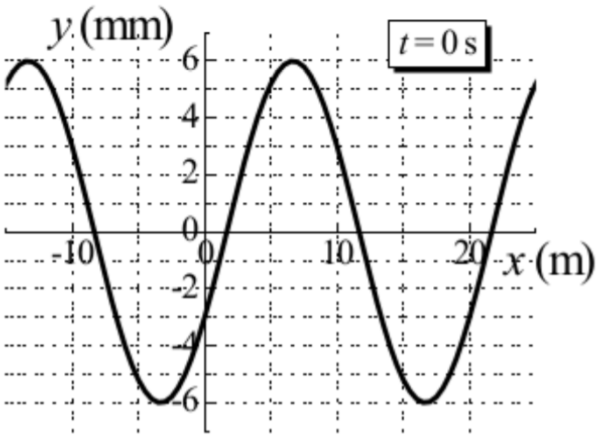
- Define los conceptos de **longitud de onda, frecuencia, periodo, amplitud, número de onda, fase inicial y velocidad angular,** indicando las unidades de cada concepto y las fórmulas por las que se relacionan cada uno de ellos.

- Indica qué es la **velocidad de propagación** de la onda, y su relación con el periodo, la frecuencia, la longitud de onda, la frecuencia angular y el número de onda.

- Explica qué son la **velocidad y la aceleración de oscilación**, y representa gráficamente la variación de ambas a lo largo de una oscilación en un punto cualquiera de la onda.

Ejemplo resuelto 1**: 2020-Modelo 2A**

Una onda armónica unidimensional se propaga a lo largo del sentido positivo del eje x con una velocidad de propagación de 1500 $m \cdot s^{-1}$, donde la gráfica adjunta muestra la elongación de la onda para el instante t=0 s.



a) Determine el número de onda y la frecuencia angular de dicha onda.

b) Obtenga la expresión matemática que represente dicha onda.

Solución:

a) De la gráfica del enunciado se pueden tomar los siguientes datos:

$$\text{Longitud de onda} = \lambda = 20 \text{ m.}$$
$$\text{Amplitud} = A = 6 \text{ mm} = 0{,}006 \text{ m.}$$

Se pide **el número de onda, K, que viene dado por la siguiente fórmula:**

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow K = \frac{2\pi}{20} = \mathbf{\frac{\pi}{10}} = \mathbf{0{,}314\ \frac{rad}{m}}$$

Se pide también **la frecuencia angular o velocidad angular, que viene dada por las siguientes fórmulas:**

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$$
$$v = \lambda \cdot f = \frac{\omega}{K} \Rightarrow \omega = v \cdot K$$

Al no tener la frecuencia ni tampoco el periodo, y viendo que la gráfica del enunciado no indica la variación de la elongación en función del tiempo, no se puede obtener ni la frecuencia ni el periodo de manera inmediata. Se podrían obtener dichos datos a partir del dato de la longitud de onda y de la velocidad de propagación, pero resulta más rápido usar la **relación entre la velocidad de propagación y el número de onda con la velocidad angular que nos piden**, por lo tanto:

$$\omega = v \cdot K = 1500 \cdot \frac{\pi}{10} = \mathbf{150\pi} = \mathbf{471,23}\ \frac{\mathbf{rad}}{\mathbf{s}}$$

Nota: No confundir la frecuencia (f, en Hz) con la frecuencia angular, también llamada velocidad angular (ω, en rad/s).

b) **Para obtener la expresión matemática de la onda, se puede escoger la expresión senoidal, y con los datos ya indicados en el apartado anterior quedaría:**

$$y(x,t) = A \cdot \text{sen}(\omega t - Kx + \varphi_0)\ \text{m, s} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y(x,t) = 0{,}006 \cdot \text{sen}\left(150\pi t - \frac{\pi}{10}x + \varphi_0\right)\ \text{m, s.}$$

Nótese que **el signo negativo anterior a kx es consecuencia de que la onda se propaga en sentido positivo del eje x**, como indica el enunciado.

De esta forma, sólo falta **calcular la fase inicial, φ_0**. P**ara ello se toman dos valores diferentes de la elongación en puntos distintos y se establece una comparación.** De primeras resulta más sencillo esto que intentar utilizar la velocidad de oscilación de la onda, ya que el enunciado no facilita una gráfica que muestre la variación de la elongación en función del tiempo.

Primero se escoge el valor de la elongación en el origen de coordenadas, (y=-0,003 m) atendiendo a la gráfica:

$$-0{,}003 = y(0{,}0) = y_0 = 0{,}006 \cdot \mathrm{sen}\left(\cancel{150\pi \cdot 0} - \cancel{\frac{\pi}{10} \cdot 0} + \varphi_0\right)\ \mathrm{m,s} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -0{,}003 = 0{,}006 \cdot \mathrm{sen}(\varphi_0) \Rightarrow\ \mathrm{sen}(\varphi_0) = -\frac{0{,}003}{0{,}006} \Rightarrow \mathrm{sen}(\varphi_0) = -\frac{1}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \varphi_0 = arcsen\left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \boldsymbol{\varphi_0 = \frac{7\pi}{6}}\, ó\, \boldsymbol{\frac{11\pi}{6}}\ (210°\ ó\ 330°)$$

Para comprobar cuál de los dos posibles valores de la fase inicial es el verdadero, se comprueban ambos en otro punto diferente y se compara el resultado de la elongación con los datos de la gráfica. **Por ejemplo**, en este caso, **se escoge el punto x=10 m, que para el tiempo t=0, la gráfica indica un valor de y=0,003 m:**

$$y(10{,}0) = 0{,}003 = 0{,}006 \cdot \mathrm{sen}\left(\cancel{150\pi \cdot 0} - \frac{\pi}{\cancel{10}} \cdot \cancel{10} + \varphi_0\right)\ \mathrm{m,s}$$
$$\Rightarrow 0{,}003 = 0{,}006 \cdot \mathrm{sen}(-\pi + \varphi_0) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \mathrm{sen}(-\pi + \varphi_0) = \frac{0{,}003}{0{,}006} \Rightarrow \mathrm{sen}(-\pi + \varphi_0) = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\textbf{Sí}\ \boldsymbol{\varphi_0 = \frac{11\pi}{6}} \Rightarrow \mathrm{sen}\left(-\pi + \frac{11\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \textbf{sen}\left(\boldsymbol{\frac{5\pi}{6}}\right) \neq \boldsymbol{\frac{1}{2}} \Rightarrow \textbf{Falso}$$

$$\textbf{Sí}\ \boldsymbol{\varphi_0 = \frac{7\pi}{6}} \Rightarrow \mathrm{sen}\left(-\pi + \frac{7\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \textbf{sen}\left(\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}\right) = \boldsymbol{\frac{1}{2}} \Rightarrow \textbf{Verdadero}$$

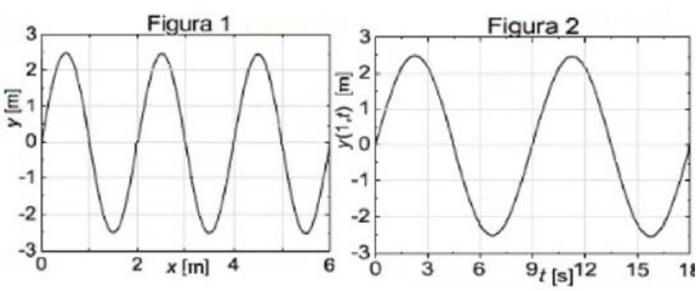
Por lo tanto **el valor de la fase inicial es $\boldsymbol{\varphi_0} = \frac{7\pi}{6}$, y entonces la expresión matemática de la onda queda:**

$$\Rightarrow \mathbf{y(x,t) = 0,006 \cdot sen\left(150\pi t - \frac{\pi}{10}x + \frac{7\pi}{6}\right)}\ \boldsymbol{m, s.}$$

Nota: realmente, cuando ya se tienen los dos valores de la fase inicial, se puede deducir el valor verdadero considerando el sentido de la velocidad de oscilación en un punto, pero ello resulta mucho más complicado de explicar ya que es una deducción atendiendo a la gráfica que da el enunciado y al sentido de propagación de la onda. Por ello resulta más correcto usar el procedimiento anteriormente utilizado, precisamente porque el enunciado no facilita la variación de la elongación a lo largo del tiempo.

Ejemplo resuelto 2: **2018-Junio 2B**

Considérese una onda armónica transversal que se propaga en el sentido positivo del eje x. La figura 1 muestra la variación de la elongación en función de x en un instante t, mientras que en la figura 2, se representa la oscilación, en función del tiempo, de un punto situado en x = 1 m. Determine:

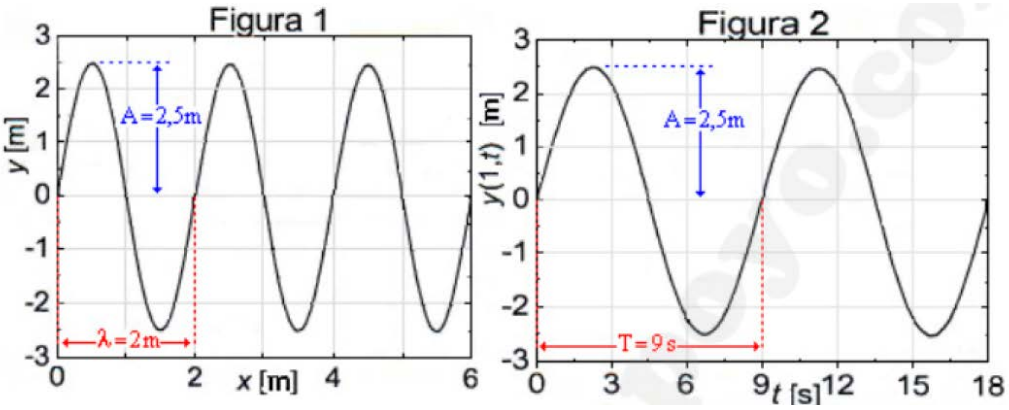


a) La longitud de onda, la amplitud, el periodo y la velocidad de propagación de la onda.

b) La expresión matemática de la onda.

Solución:

a) De las gráficas del enunciado se pueden tomar los siguientes datos:



$$\textbf{Longitud de onda} = \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{2\ m.}$$
$$\text{Amplitud} = \text{A} = 2{,}5\ \text{m.}$$
$$\textbf{Periodo} = \mathbf{T} = \mathbf{9\ s.}$$

Nótese la importancia de conocer el concepto de longitud de onda y de periodo, pues la gráfica permite ver estos valores en distintos puntos. Se pide **la velocidad de propagación, v, que viene dada por la siguiente fórmula:**

$$\mathrm{v} = \lambda \cdot \mathrm{f} = \frac{\lambda}{\mathrm{T}} \Rightarrow \mathbf{v} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{9}} = \mathbf{0,22\ m/s.}$$

b) **Para obtener la expresión matemática de la onda, se puede escoger la expresión senoidal, y con los datos ya indicados**

en el apartado anterior se obtienen la velocidad angular y el número de onda de la siguiente manera:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{9} = 0.699 \ rad/s.$$
$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2} = \pi \ rad/m.$$
$$\text{Amplitud (de las gráficas)} = A = \ 2{,}5 \text{ m.}$$

De tal forma que la expresión de la onda queda:

$$y(x,t) = A \cdot \text{sen}(\omega t - Kx + \varphi_0) \text{ m, s} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y(x,t) = 2{,}5 \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi}{9}t - \pi x + \varphi_0\right) \ m, s$$

Nótese que **el signo negativo anterior a kx es consecuencia de que la onda se propaga en sentido positivo del eje x**, como indica el enunciado.

De esta forma, sólo falta **calcular la fase inicial, $\boldsymbol{\varphi_0}$. Para ello se utilizan los datos de la gráfica de la figura 2, porque la figura 1 no especifica el instante de tiempo concreto para el que se ha representado la elongación.**

Entonces, de la figura 2: y(1,0)= 0 m, de tal manera que se pueden obtener dos posibles valores de $\boldsymbol{\varphi_0}$, que cumplan esa condición:

$$y(1{,}0) = 0 = \cancel{2{,}5} \cdot \text{sen}\left(\cancel{\frac{2\pi}{9} 0} - \pi + \varphi_0\right) \ m, s \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 0 = \text{sen}(\varphi_0 - \pi) \Rightarrow$$
$$\boldsymbol{\varphi_0} = \mathbf{0} \text{ ó } \boldsymbol{\pi} \ (0° \text{ ó } 180°)$$

Para calcular qué valor de la fase inicial es el verdadero se utiliza la expresión de la velocidad de oscilación:

$$v(x,t) = \frac{dy}{dt} = A\omega \cdot \cos(\omega t - Kx + \varphi_0) \text{ m/s} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v(1{,}0) = \frac{dy}{dt} = 2{,}5 \cdot \frac{2\pi}{9} \cdot \cos\left(\cancel{\frac{2\pi}{9} \cdot 0} - \pi + \varphi_0\right) \text{ m/s} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v(1{,}0) = \frac{5\pi}{9} \cdot \cos(-\pi + \varphi_0) \text{ m/s}$$

Antes de calcular la velocidad con ambos valores, **observando la figura 2, se deduce que la velocidad para dicho punto en el instante t=0 ha de ser positiva**, porque en los siguientes instantes el valor de la elongación se hace mayor. Otra manera de ver esto, es considerar la pendiente de la recta tangente en dicho punto para el instante inicial, que es la derivada de la función en el punto y que representa la velocidad de oscilación, de tal forma que al ser la pendiente positiva, v(1,0)>0.

Se comprueba qué valor de la fase inicial anteriormente calculado cumple con esta condición:

$$\textbf{Sí } \boldsymbol{\varphi_0} = \mathbf{0} \ \Rightarrow \mathrm{v}(1{,}0) = \frac{5\pi}{9} \cdot \cos(-\pi + 0) \Rightarrow \mathbf{v}(\mathbf{1},\mathbf{0}) = -\frac{\mathbf{5\pi}}{\mathbf{9}}\ \mathbf{m/s} < \mathbf{0} \Rightarrow \textbf{Falso}$$

$$\textbf{Sí } \boldsymbol{\varphi_0} = \boldsymbol{\pi} \ \Rightarrow \mathrm{v}(1{,}0) = \frac{5\pi}{9} \cdot \cos(-\pi + \pi) \Rightarrow \mathbf{v}(\mathbf{1},\mathbf{0}) = \frac{\mathbf{5\pi}}{\mathbf{9}}\ \mathbf{m/s} > \mathbf{0} \Rightarrow \textbf{Verdadero}$$

$$\boldsymbol{\varphi_0} = \boldsymbol{\pi}\ \textbf{rad}.$$

Por lo tanto **el valor de la fase inicial es $\varphi_0 = \pi$, y entonces la expresión matemática de la onda queda:**

$$\Rightarrow \mathbf{y}(\mathbf{x},\mathbf{t}) = \mathbf{2{,}5} \cdot \textbf{sen}\left(\frac{\mathbf{2\pi}}{\mathbf{9}}\mathbf{t} - \boldsymbol{\pi}\mathbf{x} + \boldsymbol{\pi}\right)\ \boldsymbol{m,s}$$

Ejemplo resuelto 3**: 2017-Junio 2B**

Una onda armónica transversal se propaga en el sentido negativo del eje X con una velocidad de 10 m·s^{-1} y con una frecuencia angular de π/3 rad·s^{-1}. Si en el instante inicial la elongación en el origen de coordenadas es 6/π cm y la velocidad de oscilación es 1 cm·s^{-1}, determine:

a) La expresión matemática que representa la onda.

b) La velocidad de oscilación en el instante inicial en el punto situado en x = λ/4.

Solución:

a) **Para obtener la expresión matemática de la onda, se puede escoger la expresión senoidal,** y se debe tener en cuenta **el signo positivo anterior a kx como consecuencia de que la onda se propaga en sentido negativo del eje x**, como indica el enunciado.

$$\text{Velocidad angular} = \omega = \frac{\pi}{3}\ \text{rad/s.}$$
$$y(x,t) = A \cdot \operatorname{sen}(\omega t + Kx + \varphi_0)\ \text{m, s} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y(x,t) = A \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}t + Kx + \varphi_0\right)\ \text{m, s.}$$

Se indica **la velocidad de propagación, v, que viene dada por la siguiente fórmula, y que permite obtener K a partir de la velocidad angular:**

$$v = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{K} \Rightarrow K = \frac{\omega}{v} = \frac{\pi/3}{10} = \frac{\pi}{30} = 0{,}047\ \text{rad/m.}$$

Quedando entonces:

$$y(x,t) = A \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{30}x + \varphi_0\right)\ \text{m, s.}$$

Para obtener la amplitud y la fase inicial se deben tener en cuenta los demás datos que aporta el enunciado y las expresiones generales de elongación y velocidad de oscilación:

$$y(0,0) = y_0 = \frac{6}{\pi} \cdot 10^{-2} = A \cdot \operatorname{sen}\left(\cancel{\frac{\pi}{3} \cdot 0 + \frac{\pi}{30} \cdot 0} + \varphi_0\right)\text{m, s.}$$
$$v(0,0) = v_0 = 1 \cdot 10^{-2} = A \cdot \frac{\pi}{3} \cdot \cos\left(\cancel{\frac{\pi}{3} \cdot 0 + \frac{\pi}{30} \cdot 0} + \varphi_0\right)\text{m/s.}$$

Y relacionar ambos datos mediante un sistema de ecuaciones, ya que las incógnitas (amplitud y fase inicial) de ambas ecuaciones son las mismas para cualquier punto y cualquier instante:

$$\left.\begin{array}{r} y(0,0) = y_0 = \frac{6}{\pi} \cdot 10^{-2} = A \cdot \operatorname{sen}(\varphi_0) \\ v(0,0) = v_0 = 1 \cdot 10^{-2} = A \cdot \frac{\pi}{3} \cdot \cos(\varphi_0) \end{array}\right] \Rightarrow \frac{y_0}{v_0} = \frac{\frac{6}{\pi} \cdot \cancel{10^{-2}}}{1 \cdot \cancel{10^{-2}}} = \frac{\cancel{A} \cdot \operatorname{sen}(\varphi_0)}{\cancel{A} \cdot \frac{\pi}{3} \cdot \cos(\varphi_0)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{6}{\pi} = \frac{\tan \varphi_0}{\frac{\pi}{3}} \Rightarrow \tan \varphi_0 = 2 \Rightarrow \varphi_0 = 1{,}10\ rad \text{ ó } \varphi_0 = 4{,}24\ rad.$$

Para evaluar cuál de las dos fases iniciales es la correcta utilizamos los datos del enunciado:

$$y(0,0) = y_0 = \frac{6}{\pi} \cdot 10^{-2} > 0\ \text{ m, s.}$$
$$v(0,0) = v_0 = 1 \cdot 10^{-2} > 0\ \text{ m/s.}$$

Entonces:

$$\textbf{Sí } \boldsymbol{\varphi_0 = 1,10} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} y(0,0) = A\cdot \text{sen}(1{,}10) \Rightarrow \mathbf{y(0,0) > 0} \\ v(0,0) = A\cdot\frac{\pi}{3}\cdot\cos(1{,}10) \Rightarrow \mathbf{v(0,0) > 0} \end{array}\right] \Rightarrow \textbf{Verdadero}$$

$$\textbf{Sí } \boldsymbol{\varphi_0 = 4,24} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} y(0,0) = A\cdot \text{sen}(4{,}24) \Rightarrow \mathbf{y(0,0) < 0} \\ v(0,0) = A\cdot\frac{\pi}{3}\cdot\cos(4{,}24) \Rightarrow \mathbf{v(0,0) < 0} \end{array}\right] \Rightarrow \textbf{Falso}$$

El valor que cumple con las condiciones iniciales es $\boldsymbol{\varphi_0 = 1,10}$ **rad ; y después se puede calcular la amplitud en cualquiera de las dos ecuaciones anteriores:**

$$y(0,0) = y_0 = \frac{6}{\pi}\cdot 10^{-2} = A\cdot \text{sen}\left(\cancel{\frac{\pi}{3}\cdot 0} + \cancel{\frac{\pi}{30}\cdot 0} + 1{,}10\right) \text{m, s.} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow A = \frac{6\cdot 10^{-2}}{\pi\cdot \text{sen}\,(1{,}10)} = 0{,}0214 \text{ m.}$$

De tal forma que la expresión de la onda queda:

$$\mathbf{y(x,t) = 0,0214\cdot sen\left(\frac{\pi}{3}\cdot t + \frac{\pi}{30}\cdot x + 1,10\right) \ m, s.}$$

b) Para calcular la velocidad de oscilación en t=0 y x= λ/4, se puede primero calcular λ a partir del número de onda, pero realmente no es necesario, conociendo la **relación entre ambas** es suficiente:

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{K} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \mathbf{x} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\mathbf{4}} = \frac{2\pi}{4K} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{2K}} \text{ m.}$$

Sustituyendo dicho punto en la expresión de la velocidad de oscilación:

$$\mathbf{v}\left(\frac{\boldsymbol{\lambda}}{\mathbf{4}},\mathbf{0}\right) = 0{,}0214\cdot\frac{\pi}{3}\cdot\cos\left(\cancel{\frac{\pi}{3}\cdot 0} + \cancel{K}\cdot\frac{\pi}{2\cancel{K}} + 1{,}10\right) = \mathbf{-0,02\ m/s.}$$

Problema 1: **2018-Julio 2B**

Una onda armónica transversal de periodo T = 4 s, se propaga en el sentido positivo del eje x por una cuerda de gran longitud. En el instante t = 0 la expresión matemática que proporciona la elongación de cualquier punto de la cuerda es: Y (x ,0) = 0,2 sen(−4π·x + π/3) donde x e Y están expresadas en metros. Determine:

a) La amplitud, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.

b) La velocidad y la aceleración de oscilación de un punto de la cuerda de abscisa x = 0,40 m en el instante t = 8s.

Solución:

a) $A = 0{,}2\ \mathrm{m};\ f = 0{,}25\ \mathrm{Hz};\ \lambda = 0{,}5\ \mathrm{m};\ v = 0{,}125\ \mathrm{m/s}$.
b) $v(0.4{,}8) = -0{,}21\ \mathrm{m/s};\ a(0.4{,}8) = -0{,}367\ \mathrm{m/s^2}$.

Problema 2: **2019-Junio-Coincidentes**

Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda tensa en el sentido negativo del eje x. En un cierto instante, que se considera el origen de tiempos t = 0, la elongación puede escribirse de la forma

$$\mathbf{z(x,0) = 3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot x + \pi\right)},$$

expresada en unidades del sistema internacional. Si la velocidad de propagación de la onda es de 40 m·s^{-1}, determine:

a) La expresión matemática de la onda.

b) Los valores de la velocidad y aceleración del punto de la cuerda situado en x = 4m en el instante t = 0,5 s.

Solución:

a) $z(x,t) = 3 \cdot \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2} \cdot x + \pi\right) \mathrm{m, s}$
b) $v(4{,}0.5) = 0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}};\ a(4{,}0.5) = 1{,}18 \cdot 10^4\ \mathrm{m/s^2}$.

Problema 3: **Modelo 2016-2A**

Una onda armónica transversal de 2 mm de amplitud y 250 Hz de frecuencia, se propaga con una velocidad de 250 m·s^{-1} en el sentido positivo del eje X.

a) Determine el periodo, la longitud de onda, numero de onda y la frecuencia angular de la onda.

b) Si en el instante inicial la elongación de un punto de abscisa x = 3 m es y = -2 mm, determine, en el mismo instante, el valor de la elongación de un punto de abscisa x = 2,75 m.

Solución:

a) $T = 0{,}004\ s;\ \lambda = 1\ m; K = 2\pi\ rad/m; \omega = 500\pi\ rad/s.$
b) $y(2.75{,}0) = 0\ m, s.$

Problema 4: **2019-Julio 2B**

La expresión matemática de una onda transversal que se propaga a lo largo del eje x viene determinada por la siguiente expresión en unidades del S.I.: $y\ (x,t) = 0{,}05\cos(8\pi t - 4\pi x + \varphi_0)$. Determine:

a) El valor de la fase inicial φ_0, si sabemos que en el instante t = 5 s la velocidad de oscilación de un punto situado en x = 3 m es nula y su aceleración es positiva.

b) El tiempo que tardara en llegar la onda al punto x = 8 m si suponemos que la fuente generadora de dicha onda comienza a emitir en t = 0 s en el origen de coordenadas.

Solución:

a) $\varphi_0 = \pi\ rad.$
b) $t = 4\ s.$

Problema 5: **2016-Septiembre 2B**

Una onda armónica transversal se desplaza en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 5 $m\cdot s^{-1}$ y con una frecuencia angular de $\pi/3$ $rad\cdot s^{-1}$. Si en el instante inicial la elongación en el origen de coordenadas es $3/\pi$ cm y la velocidad de oscilación es -1 $cm\cdot s^{-1}$, determine:

a) La función de onda.

b) La velocidad de oscilación en el instante inicial a una distancia del origen igual a media longitud de onda.

Solución:

a) $y(x,t) = 0{,}0135 \cdot sen\left(\frac{\pi}{3} \cdot t - \frac{\pi}{15} \cdot x + \frac{3\pi}{4}\right)\ m, s.$
b) $v(\lambda/2{,}0) = 0{,}01\ m/s.$

Problema 6: **2018-Modelo 2B**

En el extremo izquierdo de una cuerda tensa y horizontal se aplica un movimiento armónico simple perpendicular a la cuerda, y como consecuencia, por la cuerda se propaga una onda transversal con la siguiente expresión: $Y(x,t) = 0{,}01 \cdot sen[\pi(100t - 2{,}5x)]$ en unidades del Sistema Internacional. Calcule:

a) La velocidad de propagación, frecuencia, longitud de onda y numero de onda.

b) La aceleración y velocidad máximas de un punto cualquiera de la cuerda.

Solución:

a) $K = 2{,}5\pi \text{ rad/m}; f = 0{,}50 \text{ Hz}; \lambda = 0{,}8 \text{ m}; v = 40 \text{ m/s}$.
b) $v_{max} = \pi \text{ m/s}; a_{max} = 100\pi^2 \text{ m/s}^2$.

Problema 7: **2019-Modelo 2B**

Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda tensa en el sentido positivo del eje y con una longitud de onda $\lambda = 0{,}1$ m. En el punto de la cuerda de abscisa y= 0 m, el movimiento vibratorio que realiza en la dirección del eje z está definido por la expresión:

$z(0,t) = 0{,}5 \text{ sen}(\pi/4 \text{ t} + \pi/2)$ (z en metros y t en segundos).

Determine:

a) La expresión matemática que representa dicha onda.

b) La velocidad y la aceleración de oscilación del punto de la cuerda que ocupa la posición y = 0,5 m en el instante t = 40 s.

Solución:

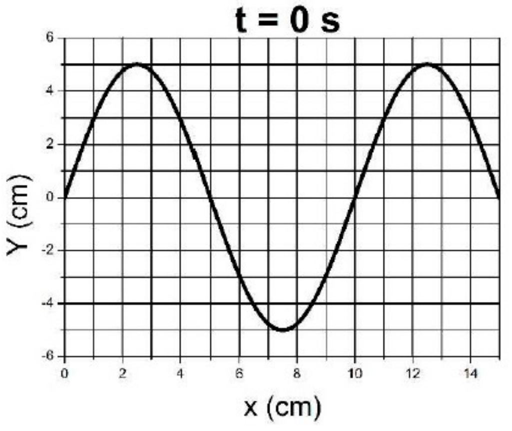
a) $z(y,t) = 0{,}5 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{4}t - 20\pi y + \frac{\pi}{2}\right) \text{ m, s}$
b) $v(0.5{,}40) = 0\frac{m}{s}; a(0.5{,}40) = -0{,}308 \text{ m/s}^2$.

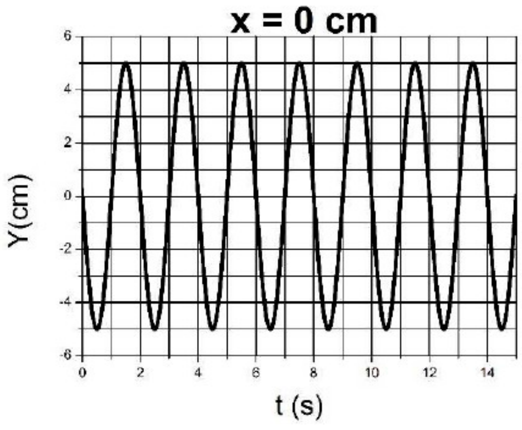
Problema 8: **2015-Junio 2B**

Una onda armónica transversal se propaga en el sentido de las x positivas. A partir de la información contenida en las figuras y justificando su respuesta:

a) Determine el periodo, la frecuencia, el número de onda y la longitud de onda.

b) Escriba la expresión de la función de onda.





Solución:

a) $T = 2\text{ s}; f = 0{,}5\text{ Hz}; K = 20\pi\text{ rad/m}; \lambda = 0{,}1\text{ m}.$
b) $y(x,t) = 0{,}05 \cdot \text{sen}(\pi t - 20\pi x + \pi)\text{m, s}.$

Problema 9: **2019-Junio 2B**

Una onda armónica transversal de frecuencia f = 0,25 Hz y longitud de onda λ = 2 m se propaga en el sentido positivo del eje x. Sabiendo que el punto situado en x = 0,5 m tiene, en el instante t = 2 s, elongación nula y velocidad de oscilación negativa, y en el instante t = 3 s, elongación y = - 0,2 m, determine:

a) La expresión matemática que representa dicha onda.

b) La velocidad máxima de oscilación de cualquier punto alcanzado por la onda y la diferencia de fase, en un mismo instante, entre dos puntos situados en el eje x que distan entre si 0,75 m.

Solución:

a) $y(x,t) = 0{,}2 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2}t - \pi x + \frac{\pi}{2}\right)\text{m, s}.$
b) $v_{max} = 0{,}31\frac{m}{s};\ \Delta\varphi = \frac{3\pi}{4}rad.$

Problema 10: **2016-Junio 2B**

Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda tensa. En un cierto instante se observa que la distancia entre dos máximos consecutivos es de 1 m. Además, se comprueba que un punto de la cuerda pasa de una elongación máxima a nula en 0,125 s y que la velocidad máxima en un punto de la cuerda es 0,24π m·s^{-1}. Si la onda se desplaza en el sentido positivo del eje X, y en t=0 la velocidad del punto x=0 es máxima y positiva, determine:

a) La función de onda.

b) La velocidad de propagación de la onda y la aceleración transversal máxima de cualquier punto de la cuerda.

Solución:

a) $y(x,t) = 0{,}06 \cdot \mathrm{sen}(4\pi t - 2\pi x)\mathrm{m, s}.$
b) $v_p = 2\ \mathrm{m/s};\ a_{max} = 9{,}47\ m/s^2.$