Ejemplo resuelto tiro parabólico - 1º Bachillerato

Ejemplo resuelto:

En un partido de baloncesto entre alumnos y profesores, a 2 segundos del final y con el marcador igualado, el profesor de física se hace con el balón y se dispone a lanzar a canasta. El profesor se encuentra a una distancia de 11 metros de la canasta y lanza el balón en suspensión, desde una altura de 2,05 m, con un ángulo de 45º. Sabiendo que la altura de la canasta es de 3,05 m, y que finalmente encesta, calcula:

a) Velocidad con la que ha lanzado la pelota.
b) Si finalmente el tiro está dentro del tiempo, y la canasta resulta válida.
c) Velocidad con la que entra la pelota en la canasta.

Solución:

En este problema se tienen dos tipos de movimiento diferentes, es un tiro parabólico, y por tanto tenemos un MRU en el eje horizontal y un MRUA en el eje vertical, debido, este último a la acción de la gravedad.

Planteamos las ecuaciones generales del tiro parabólico:

EJE X: MRU:

$$\text{Posición: } x = x_0 + V_{0x} \cdot t \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} \text{Considerando:} \\ V_{0x} = V_0 \cdot \cos\theta \end{matrix} \right\} \mathbf{x = x_0 + V_0 \cdot \cos\theta \cdot t}$$

$$\text{Velocidad: } \mathbf{V_x = V_{0x} = V_0 \cdot \cos\theta}$$

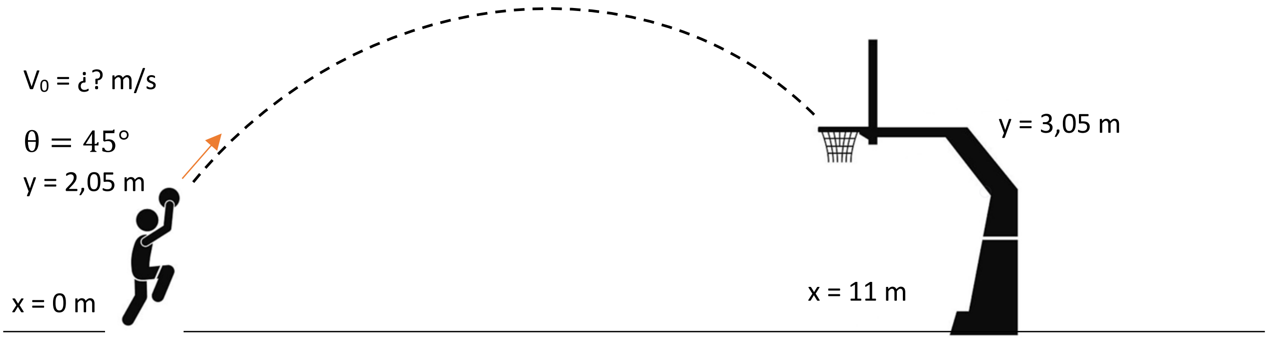
EJE Y: MRUA (acción de la gravedad):

$$\text{Posición: } y = y_0 + V_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} \text{Considerando:} \\ g = -9{,}8;\ V_{0y} = V_0 \cdot \text{sen}\theta \end{matrix} \right\} \Rightarrow$$

$$\mathbf{y = y_0 + V_0 \cdot \text{sen}\theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2}$$

$$\text{Velocidad: } \mathbf{V_y = V_0 \cdot \text{sen}\theta - gt}$$

Después hacemos un esquema del problema:



Planteamos las ecuaciones del tiro parabólico para el caso particular de nuestro problema:

EJE X: MRU:

$$\text{Posición: } x = x_0 + V_0\cos\theta \cdot t \Rightarrow \mathbf{11 = V_0 \cdot \cos 45° \cdot t}$$

$$\text{Velocidad: } V_x = V_{0x} = V_0\cos\theta \Rightarrow \mathbf{V_x = V_0 \cdot \cos 45°}$$

EJE Y: MRUA (acción de la gravedad):

$$\text{Posición: } y = y_0 + V_0\text{sen}\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \mathbf{3{,}05 = 2{,}05 + V_0 \cdot sen\ 45° \cdot t - 4{,}9t^2}$$

$$\text{Velocidad: } V_y = V_0\text{sen}\theta - gt \Rightarrow \mathbf{V_y = V_0 \cdot sen\ 45° - 9{,}8t}$$

Debemos resolver el sistema de las dos ecuaciones de la posición, ya que el tiempo es el mismo en los dos ejes, quedaría:

$$\begin{cases}\text{Eje Y:} \\ \text{Eje X:}\end{cases} \begin{Bmatrix} \mathbf{3{,}05 - 2{,}05 = V_0 \cdot sen\ 45° \cdot t - 4{,}9t^2} \\ \mathbf{11 = V_0 \cdot cos\ 45° \cdot t} \end{Bmatrix} \Rightarrow \{Dividiendo, queda:\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1 + 4{,}9t^2}{11} = \frac{\cancel{V_0} \cdot \text{sen } 45° \cdot \cancel{t}}{\cancel{V_0} \cdot \cos 45° \cdot \cancel{t}} \Rightarrow \frac{1 + 4{,}9t^2}{11} = \tan 45° \Rightarrow$$

$$\{\tan 45° = 1\} \Rightarrow 1 + 4{,}9t^2 = 11 \Rightarrow 4{,}9t^2 = 10 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{10}{4{,}9}} \Rightarrow$$

$$t = \sqrt{2{,}04} \Rightarrow \mathbf{t = 1{,}428\ s.}$$

Una vez calculado el tiempo, queda resuelta la segunda pregunta: al ser menor que 2 s, la canasta sí será válida. Ahora se sustituye ese tiempo en cualquiera de las dos ecuaciones de la posición para hallar la velocidad inicial del tiro:

$$\mathbf{11 = V_0 \cdot \cos 45° \cdot t} \Rightarrow \ 11 = V_0 \cdot \cos 45\,° \cdot 1{,}428 \Rightarrow \ V_0 = \frac{11}{\cos 45° \cdot 1{,}428} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \mathbf{V_0 = 10,88\ m/s.}$$

Por último, para calcular la velocidad con la que la pelota llega a la canasta, calcularemos el vector velocidad en ese instante (t=1,428 s) utilizando sus componentes (V_x y V_y):

$$\text{Vector: } \vec{v} = \ V_x\,\vec{\imath} + V_y\,\vec{\jmath}\ \frac{m}{s}, \qquad \text{Módulo: } v = \sqrt{{V_x}^2\ + {V_y}^2}\ m/s.$$

$$V_x = \ V_0 \cdot \cos 45° = 10{,}88 \cdot \cos 45° = \mathbf{7,69\ m/s.}$$

$$V_y = V_0 \cdot \text{sen } 45° - 9{,}8t = 10{,}88 \cdot \text{sen } 45° - 9{,}8 \cdot 1{,}428 = \ \mathbf{-6,3\ m/s.}$$

$$\vec{\mathbf{v}} = \ V_x\,\vec{\imath} + V_y\,\vec{\jmath} = \mathbf{7,69\,\vec{\imath} - 6,3\,\vec{\jmath}} \quad m/s$$

$$v = \sqrt{{V_x}^2\ + {V_y}^2}\ = \sqrt{7{,}69^2\ + (-6{,}3)^2}\ = \mathbf{9,94\ m/s.}$$