Resumen: Definición y propiedades de los logaritmos.

- **Definición de logaritmo:** aunque existen varias maneras de definir el concepto de logaritmo, quizá una manera sencilla sea entender estos tres puntos:
  - Un logaritmo es el **exponente** (letra C) al cual se necesita elevar una cantidad positiva (base, letra a) para obtener como resultado un cierto número (argumento, letra B).
  - Es la función inversa a la función exponencial. Por ello, muchas veces sirve para despejar una incógnita que está en un exponente.
  - Matemáticamente suele expresarse así: $\mathbf{\log_a B = C \quad \Rightarrow \quad a^c = B}$
- Ejemplos:
  - $\mathbf{\log_2 8 = 3 \ \Rightarrow \ 2^3 = 8}$ El logaritmo en base 2 de 8 es 3, porque 3 es el exponente al que hay que elevar 2 para obtener 8.
  - $\mathbf{\log 100 = 2 \ \Rightarrow \ 10^2 = 100}$ El logaritmo en base 10 de 100 es 2, porque 2 es el exponente al que hay que elevar 10 para obtener 100.

  Los logaritmos en base 10 se escriben simplemente log, sin indicar la base. Los logaritmos en base **e** (2,71…) se llaman logaritmos neperianos y se escriben **Ln**. Ambos son muy utilizados.

- Ahora veamos una breve aplicación de la definición: Si se tiene $\mathbf{3^x = 729}$, y se quiere **calcular la "x", aplicando la definición se aprecia que $\mathbf{x = \log_3 729}$.** Con una calculadora científica se puede obtener rápidamente el valor del logaritmo, que resulta ser x=6. Por lo tanto 3 elevado a 6 es 729, lo cual no era sencillo de deducir sin utilizar el concepto de logaritmo.

Propiedad	Expresión	Ejemplos
Suma de logaritmos de la misma base ⇔ **Producto**	$\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$	$\log x + \log 2 = \log (2x)$ $\ln 6 = \ln (3 \cdot 2) = \ln 2 + \ln 3$
Resta de logaritmos de la misma base ⇔ **Cociente**	$\log_a x - \log_a y = \log_a \left(\frac{x}{y}\right)$	$\log_2 9x^2 - \log_2 3x = \log_2 \left(\frac{9x^2}{3x}\right) = \log_2 (3x)$
Logaritmo de una **potencia**	$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$	$\log_5 7^3 = 3 \cdot \log_5 7$
Logaritmo de un **radical** Es un caso similar al anterior, (se puede comprobar en el ejemplo).	$\log_a \sqrt[n]{x^a} = \frac{a}{n} \cdot \log_a x$	$\log \sqrt[3]{5^2} = \log 5^{2/3} = \frac{2}{3} \cdot \log 5$
Logaritmos notables	$\log_a a = 1$ $\log_a 1 = 0$	$\log_2 2 = 1 = \log 10 = \ln e$ $\log_3 1 = 0 = \log 1 = \ln 1$
Logaritmos **inexistentes**	$\log_a 0 = \text{No existe}$ $\log_a (-x) = \text{No existe}$	$\log_2 0 = \nexists$ $\log(-4) = \nexists$
Introducción de logaritmo	$\log_a a^x = x$	$\log_2 2^6 = 6 \Rightarrow$ Se comprueba con la definición: $2^6 = 2^6$ $8 = \log 10^8 \Rightarrow$ Se comprueba con la definición: $10^8 = 10^8$
Cambio de base de un logaritmo	$\log_a x = \frac{\log_y x}{\log_y a}$	$\log_3 7 = \frac{\log_4 7}{\log_4 3} = \frac{\log 7}{\log 3} = \frac{\ln 7}{\ln 3}$